

Mécanique - Test 1
Correction

A. Statique

A1. Bilan inconnues / équations & description des actions mécaniques.

Liaisons 0/1 : Rotule en A, Linéaire annulaire en B et Ponctuelle en C :

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{T}_{A/B_0} \\ \vec{T}_{B_0} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} X_{A_{B_0}} \vec{x} + Y_{A_{B_0}} \vec{y} + Z_{A_{B_0}} \vec{z} \\ \vec{T}_{B_0} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{R}_{B_0} = X_{B_0} \vec{x} + Z_{B_0} \vec{z} \\ \vec{T}_{C_{01}} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{R}_{C_{01}} = Z_{C_{01}} \vec{z} \\ \vec{T}_{C_{01}} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{M}_{C_{01}}(C) = \vec{0} \\ \vec{M}_{C_{01}}(C) = \vec{0} \end{array} \right.$$

Couple de freinage : $\left\{ \vec{T}_{F_{01}} \right\} = \left\{ \vec{M}_{F_{01}}(-) = C_r \vec{x} \right.$ Poids : $\left\{ \vec{T}_{Poids} \right\} = \left\{ \vec{R}_{P_01} = -Mg \vec{z} \right.$

Bilan inconnues / Equations : On isole de le solide 1 (immobile dans 0 galiléen), le PFS appliqué à ce système isolé fournit **6 équations pour 6 inconnues** ($X_{A_{B_0}}, Y_{A_{B_0}}, Z_{A_{B_0}}, X_{B_0}, Z_{B_0}, Z_{C_{01}}$). **Le système étudié est isostatique.**

A2. PFS à S1. Théorème de la résultante : $\vec{R}_{Extr/1} = \vec{0}$

soit : $\left\{ \begin{array}{l} X_{A_{B_0}} + X_{B_0} = 0 \\ Y_{A_{B_0}} = 0 \\ Z_{A_{B_0}} + Z_{B_0} + Z_{C_{01}} - Mg = 0 \end{array} \right.$

Théorème du moment (en A) : $\vec{M}_{Extr/1}(A) = \vec{0}$

Avec : $\vec{M}_{B_0}(A) = \vec{AB} \wedge \vec{R}_{B_0} = \ell_{yB} \vec{y} \wedge (X_{B_0} \vec{x} + Z_{B_0} \vec{z}) = \ell_{yB} (Z_{B_0} \vec{x} - X_{B_0} \vec{z})$
 $\vec{M}_{C_{01}}(A) = \vec{AC} \wedge \vec{R}_{C_{01}} = (\ell_{xG} \vec{x} + \ell_{yC} \vec{y} + \ell_{zG} \vec{z}) \wedge Z_{C_{01}} \vec{z} = Z_{C_{01}} (\ell_{yC} \vec{x} - \ell_{xG} \vec{y})$
 $\vec{M}_{P_01}(A) = \vec{AG} \wedge \vec{R}_{P_01} = -(\ell_{xG} \vec{x} + \ell_{yG} \vec{y} + \ell_{zG} \vec{z}) \wedge Mg \vec{z} = Mg (\ell_{xG} \vec{y} - \ell_{yG} \vec{x})$

Soit : $\left\{ \begin{array}{l} \ell_{yB} Z_{B_0} + \ell_{yC} Z_{C_{01}} - Mg \ell_{yG} + C_r = 0 \\ Mg \ell_{xG} - \ell_{xG} Z_{C_{01}} = 0 \\ \ell_{yB} X_{B_0} = 0 \end{array} \right.$ Il vient :

Actions mécaniques transmises au carter :

$$Z_{A_{B_0}} = X_{B_0} = Y_{A_{B_0}} = 0$$

$$Z_{B_0} = \left(1 - \frac{\ell_{xG}}{\ell_{yC}} \right) Mg - \left(\frac{\ell_{yG} \ell_{xG} - \ell_{yC} \ell_{xG}}{\ell_{yB} \ell_{xG}} \right) Mg + \frac{C_r}{\ell_{yB}}$$

$$Z_{C_{01}} = \frac{\ell_{xG}}{\ell_{yC}} Mg$$

$$Z_{B_0} = \left(\frac{\ell_{yG} \ell_{xG} - \ell_{yC} \ell_{xG}}{\ell_{yB} \ell_{xG}} \right) Mg - \frac{C_r}{\ell_{yB}}$$

$$Z_{C_{01}} = \frac{\ell_{xG}}{\ell_{yC}} Mg$$

Vérification : Dans le cas d'un problème symétrique ($\ell_{yB} = 2 \ell_{yC} = 2 \ell_{yG}$) ces relations se simplifient. Il vient alors :

$$Z_{A_{B_0}} = \left(\frac{\ell_{xG} - \ell_{xG}}{2 \ell_{xG}} \right) Mg + \frac{C_r}{\ell_{yB}}$$

$$Z_{B_0} = \left(\frac{\ell_{xG} - \ell_{xG}}{2 \ell_{xG}} \right) Mg - \frac{C_r}{\ell_{yB}}$$

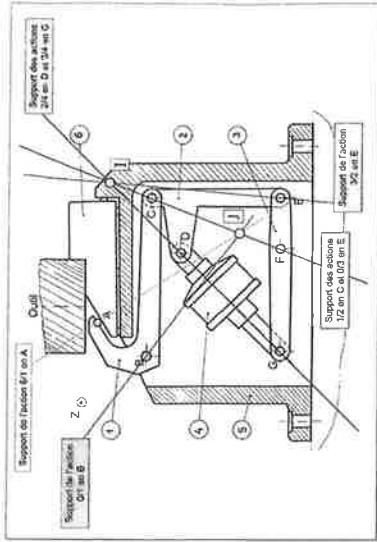
$$Z_{C_{01}} = \frac{\ell_{xG}}{\ell_{xG}} Mg$$

Ce qui permet de vérifier que : $Z_{A_{B_0}} = Z_{B_0} = (\ell_{xG} - \ell_{xG}) Mg / (2 \ell_{xG})$ si $C_r = 0$. Dans ce contexte, le poids est réparti dans la proportion des longueurs ℓ_{xG} / ℓ_{xG} . L'application du couple rend cette répartition dissymétrique en augmentant l'effort de $|C_r / \ell_{yB}|$ d'un côté (B si $C_r > 0$ puisque $\ell_{yB} < 0$) et en le diminuant d'autant de l'autre.

B. Statique graphique

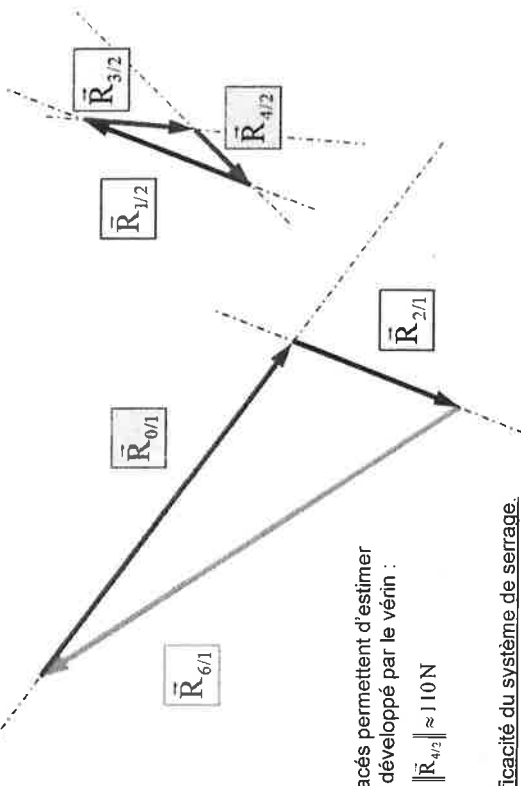
B1. Résolution graphique.

- Le vérin 4 est soumis à deux glisseurs, leur support est donc la droite (GD)
- L'ensemble {2+3+4} est soumis à deux glisseurs, leur support est donc la droite (FC)
- 3 et 2 sont soumis à trois glisseurs dont deux de supports connus et se coupant en I. Le support de l'action en E est donc la droite (EI)



- La pièce 1 est soumise à trois glisseur dont deux (actions en A suivant la normale locale et action en C) de supports connus et se coupant en J. Le support de l'action en B est donc la droite (BJ).

Ces informations permettent de tracer (figure ci-dessous) l'équilibre des pièces 1 et 2.



Ces tracés permettent d'estimer l'effort développé par le vérin :

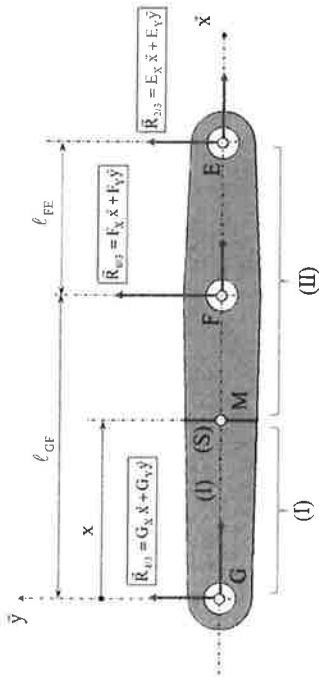
$$\|\vec{R}_{4/2}\| \approx 110 \text{ N}$$

B2. Efficacité du système de serrage.

Ce système est donc un **multiplicateur d'effort**, le **facteur multiplicateur** étant de l'ordre de **10**

C. Efforts intérieurs ou actions de cohésion.

C1. Expression analytique du torseur des actions de cohésion.



Section entre G et F: $0 < x < l_{GF}$

Dans ce contexte l'expression la plus simple du torseur des actions de cohésion est obtenue en écrivant : $\{T_{coh}\} = -\{T_{Ext/(II)}\}$

Avec : $\{T_{Ext/(II)}\} = \begin{cases} \vec{R}_{4/3} = G_x \vec{x} + G_y \vec{y} \\ \vec{M}_{4/3}(G) = \vec{0} \end{cases}$ soit : $\{T_{coh}\} = \begin{cases} \vec{R}_{coh} = -G_x \vec{x} - G_y \vec{y} \\ \vec{M}_{coh}(M) = x G_y \vec{z} \end{cases}$

Car : $\vec{M}_{coh}(M) = \vec{MG} \wedge \vec{R}_{coh} = -x \vec{x} \wedge (-G_x \vec{x} - G_y \vec{y}) = x G_y \vec{z}$

Section entre F et E: $l_{GF} < x < l_{GF} + l_{FE} = l_{GE}$

Dans ce contexte l'expression la plus simple du torseur des actions de cohésion est obtenue en écrivant : $\{T_{coh}\} = \{T_{Ext/(II)}\}$

Avec : $\{T_{Ext/(II)}\} = \begin{cases} \vec{R}_{2/3} = E_x \vec{x} + E_y \vec{y} \\ \vec{M}_{2/3}(E) = \vec{0} \end{cases}$ soit : $\{T_{coh}\} = \begin{cases} \vec{R}_{coh} = E_x \vec{x} + E_y \vec{y} \\ \vec{M}_{coh}(M) = (l_{GE} - x) E_y \vec{z} \end{cases}$

Car : $\vec{M}_{coh}(M) = \vec{ME} \wedge \vec{R}_{coh} = (l_{GE} - x) \vec{x} \wedge (E_x \vec{x} + E_y \vec{y}) = (l_{GE} - x) E_y \vec{z}$

C2. Evolution de l'effort normal N(x), de l'effort tranchant T(x) et du moment fléchissant M(x) de G à E

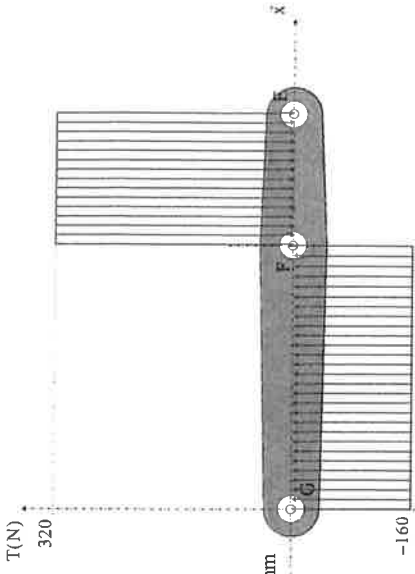
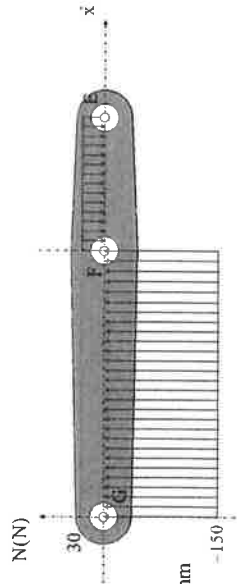
Effort normal: La normale à la section étant \vec{x} , il vient :

$N(x) = -G_x = -150N$

Pour $0 < x < l_{GF} = 240$ mm

$N(x) = E_x = 30N$

Pour $l_{GF} = 240$ mm $< x < l_{GE} = 360$ mm



Effort tranchant:

$T(x) = -G_y = -160N$

Pour $0 < x < l_{GF} = 240$ mm

$T(x) = E_y = 320N$

Pour $l_{GF} = 240$ mm $< x < l_{GE} = 360$ mm

Moment fléchissant:

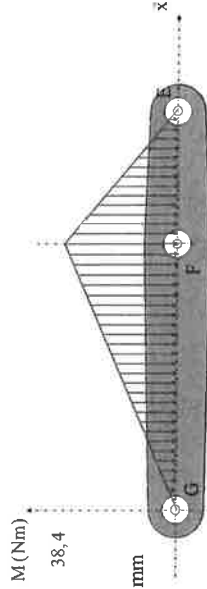
$M(x) = x G_y$

Pour $0 < x < l_{GF} = 240$ mm

$M(x) = (l_{GE} - x) E_y$

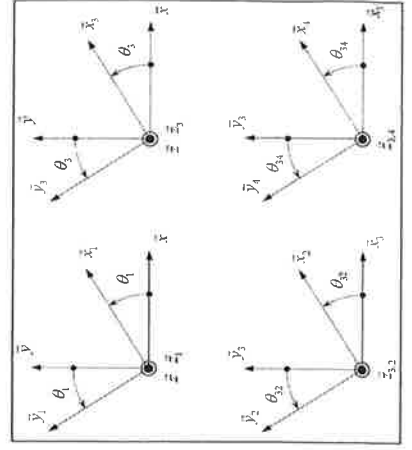
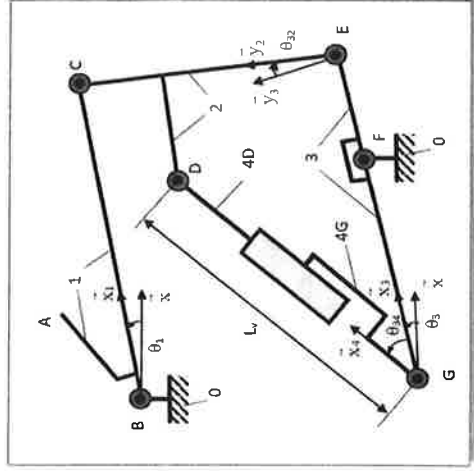
Pour $l_{GF} = 240$ mm $< x < l_{GE} = 360$ mm

Soit : $M_{max} = 38,4$ Nm en F



D. Cinématique de serrage.

D1. Graphes des liaisons et figures de changement de base



D2. Equations de liaison associées aux fermetures de chaîne en C et D.

Fermeture en C: Le mécanisme étant un mécanisme plan, la fermeture de chaîne réalisée par la liaison pivot d'axe (C, z) impose : $\vec{C} \cdot \vec{C}_2 = 0$

Soit : $\vec{CB} + \vec{BF} + \vec{FE} + \vec{EC} = -\ell_{BC} \vec{x}_1 + x_{BF} \vec{x}_1 + y_{BF} \vec{y}_1 + \ell_{FE} \vec{x}_3 + \ell_{EC} \vec{y}_2 = \vec{0}$

Ce qui permet d'écrire (projection dans 0) :

$$\begin{cases} -\ell_{BC} \cos \theta_1 + x_{BF} + \ell_{FE} \cos \theta_3 - \ell_{EC} \sin(\theta_{32} + \theta_3) = 0 \\ -\ell_{BC} \sin \theta_1 + y_{BF} + \ell_{FE} \sin \theta_3 + \ell_{EC} \cos(\theta_{32} + \theta_3) = 0 \end{cases}$$

Fermeture en D: De la même manière, la fermeture de chaîne réalisée par la liaison pivot d'axe (D, z) impose : $\vec{D}_k \cdot \vec{D}_2 = 0$

Soit : $\vec{DG} + \vec{GE} + \vec{ED} = -L_V \vec{x}_4 + (\ell_{GF} + \ell_{FE}) \vec{x}_3 - a_D \vec{x}_2 + b_D \vec{y}_2 = \vec{0}$

Ce qui permet d'écrire (projection dans 3) :

$$\begin{cases} -L_V \cos \theta_{34} + \ell_{GF} - a_D \cos \theta_{32} - b_D \sin \theta_{32} = 0 \\ -L_V \sin \theta_{34} - a_D \sin \theta_{32} + b_D \cos \theta_{32} = 0 \end{cases}$$

Mobilité : Cinq paramètres et équations de liaison $m = 1$