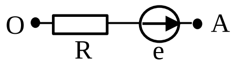
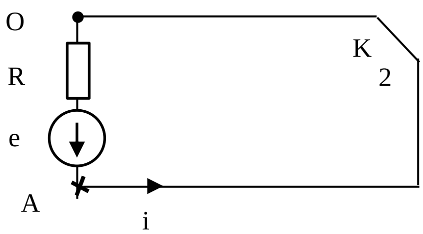
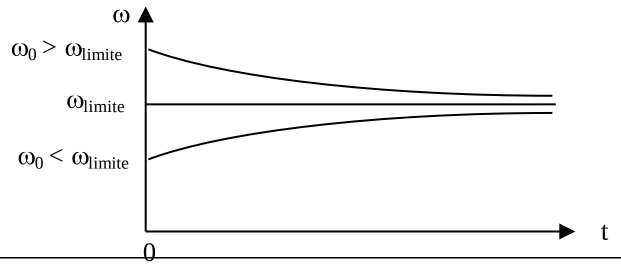
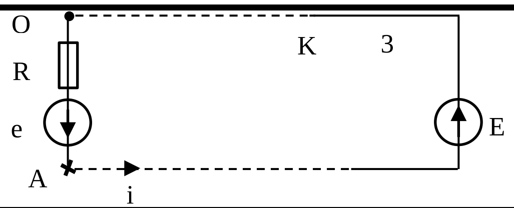
Exercice 1 : Mesure d'une susceptibilité magnétique par la méthode de Gouy (7 points+Bonus: 0,5)

Questions	Réponse	Barème
1	• Lorsque le barreau est introduit dans le champ magnétique, il acquiert une aimantation macroscopique $\vec{M}$. • Chaque élément de volume $d\tau$ devient assimilable à une boucle de courant de moment magnétique $d\vec{m} = \vec{M}.d\tau$ et crée un champ magnétique $d\vec{B}'$. • L'ensemble du barreau crée un champ $\vec{B}'$ en tout point de l'espace, de sorte que le champ magnétique total devient : $\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}'$. • Les lignes de champ magnétique n'étant pas modifiées par la présence du barreau, le champ magnétique total $\vec{B}$ est dans la même direction que celle du champ magnétique $\vec{B}_0$. • Comme le barreau est constitué d'un milieu parfait, les vecteurs $\vec{M}$, $\vec{B}$ et $\vec{H}$ sont colinéaires. $\vec{M}$ est dans le même sens que $\vec{B}$ pour un milieu paramagnétique $\vec{M}$ est dans le sens opposé à celui de $\vec{B}$ pour un milieu diamagnétique • Dans le cas où le milieu est paramagnétique, le barreau est soumis à des forces magnétiques qui vont l'attirer vers la zone de l'entrefer où le champ magnétique est le plus intense (c'est à dire en z=0) • Dans le cas où le milieu est diamagnétique, le barreau est soumis à des forces magnétiques qui ont tendance à le faire sortir de l'entrefer et à l'éloigner de la région où le champ magnétique est le plus intense	1 0,5 **Bonus : 0,25** **Bonus : 0,25** 0,5 0,25 0,25
2	$\vec{M} = \chi_m . \dfrac{\vec{B}_0 + \vec{B}'}{\mu_0 (1+\chi_m)}$, soit : $\vec{M} \approx \chi_m . \dfrac{\vec{B}_0}{\mu_0}$	1
3	• Chaque élément de volume $d\tau$ est soumis à une force élémentaire dirigée selon l'axe Oz car $dF_x = dF_y = 0$ (B ne dépend ni de x ni de y). • On a alors : $dF_z = \dfrac{1}{2}\dfrac{\partial(\vec{M}.\vec{B}_0)}{\partial z}.d\tau = \dfrac{\chi_m}{2\mu_0}.\dfrac{\partial(B_0^2)}{\partial z}.d\tau = \dfrac{\chi_m B_0}{\mu_0}.\dfrac{\partial(B_0)}{\partial z}.d\tau$ • Pour le milieu paramagnétique, $\chi_m > 0$ et $\dfrac{\partial(B_0)}{\partial z}$ étant négatif du côté où $z > 0$, la force dF_z est dirigée vers le bas. • Pour le milieu diamagnétique, $\chi_m < 0$ et $\dfrac{\partial(B_0)}{\partial z}$ étant négatif du côté où $z > 0$, la force dF_z est dirigée vers le haut. • La force totale s'exerçant sur le barreau est alors: $F_z = \dfrac{\chi_m.S}{2.\mu_0}.\int_A^C \dfrac{\partial B_0^2}{\partial z}.dz = \dfrac{\chi_m.S}{2.\mu_0}.\left[B_0^2(C) - B_0^2(A)\right]$	0,75 0,75 0,25 0,5
4	Pour déterminer la susceptibilité magnétique χ_m du matériau, il faut déterminer expérimentalement la force F_z s'exerçant sur le barreau. Pour cela, il faut rétablir l'équilibre à l'aide de masses marquées. Lorsque $\|F_z\| = \|\Delta m\|.g$ avec Δm = masse ajoutée (para) ou retirée (dia), l'équilibre est rétabli et l'on peut évaluer χ_m : $\chi_m = -\dfrac{2.\mu_0.\Delta m.g}{S.\left[B_0^2(C) - B_0^2(A)\right]}$	0,5 0,5 0,25

Exercice II : Roue de Barlow - Principe de fonctionnement et applications (13 points + Bonus : 1,25)

Questions	Réponse	Barème
1. Principe de fonctionnement		**5**
1.1	• Un conducteur est en mouvement dans un champ magnétique stationnaire: cas d'induction <u>motionnelle</u> ou <u>de Lorentz</u>. • Un champ électromoteur apparaît: $\vec{E}_m = \vec{v} \wedge \vec{B} = r.\,\omega.\vec{u}_\theta \wedge B.\vec{u}_z = r.\omega.B.\vec{u}_r$ et une force électromotrice induite est créée entre les points O et A : $e = \int_O^A \vec{E}_m \cdot \overrightarrow{dr} = \int_O^A (\vec{v} \wedge \vec{B}) \cdot \overrightarrow{dr} = \int_O^A \omega.B.r.dr = \frac{1}{2}\omega.B.a^2$ $e = \alpha.\,\omega$ (donné) $\Rightarrow$ $\alpha = \frac{1}{2}.B.a^2$ • Un <u>courant induit i circule</u> donc dans le circuit fermé. Il circule dans un sens tel qu'il va s'opposer (par ses effets) à la cause qui lui donné naissance (la rotation de la roue) ➔ <u>apparition de forces de Laplace qui vont freiner la roue</u>. • Schéma électrique équivalent à la roue : 	0,75 (calcul bien posé) 0,75 0,5 0,5
1.2	• $d\vec{F} = i\,\overrightarrow{dr} \wedge \vec{B} = -i.B.dr.\vec{u}_\theta$ • $M_{Oz}(\overrightarrow{dF}) = -r.dF = -i.\,B.\,r.\,dr$ • $\Gamma_z = \int_{OA} M_{Oz}(\overrightarrow{dF}) = -\frac{1}{2}i.B.a^2 = -\alpha.i$ • $\Gamma_z < 0$: on vérifie bien que ce moment s'oppose au déplacement ayant donné naissance au phénomène d'induction (conséquence de la loi de Faraday-Lenz).	0,25 0,25 0,5 0,5
1.3	E_m=7.54 V/m ; e = 0.37 V $\Gamma_z = 3.10^{-3}$ N.m	0,25 0,25 0,5 (unité)
2. Applications		**8** (+ 1,25 bonus)
2.1.a	$\Gamma_m = J.\frac{d\omega}{dt} \Rightarrow \frac{d\omega}{dt} = \frac{\Gamma_m}{J} = cte \Rightarrow \omega = \frac{\Gamma_m}{J}.t$	0,5
2.1.b	**Circuit électrique équivalent** : 	0,25
2.1.c	**Equation électrique** : $V_A - V_0 = e - R.i = 0 \Rightarrow e = R.i$ (1) Comme $e = \alpha.\omega$ (d'après la partie 1), on en déduit que : $i = \frac{\alpha.\,\omega}{R}$ **Equation mécanique** : $J.\frac{d\omega}{dt} = \Gamma_m - \alpha.\,i.$ (2) Ces équations sont couplées.	0,75 0,5 0,25

2.1.d	**Equation différentielle vérifiée par ω:** $\frac{d\omega}{dt}+\frac{\alpha^2}{J.R}.\omega-\frac{\Gamma_m}{J}=0$ (3)	0,5
2.1.e	**Variation de ω en fonction du temps** : Constante de temps τ : $\tau=\frac{J.R}{\alpha^2}$ En régime permanent : $\frac{d\omega}{dt}=0 \Rightarrow \omega_{limite}=\frac{\Gamma_m.R}{\alpha^2}$ $\omega=K.e^{-\frac{t}{\tau}}+\omega_{limite}$ A t = 0, ω = ω_0 ⇒ $K=(\omega_0-\omega_{limite}) \Rightarrow \omega=(\omega_0-\omega_{limite}).e^{-\frac{t}{\tau}}+\omega_{limite}$ Graphe : 	0,25 0,25 0,25 0,5 1 (si complet)
2.1.f	• On peut qualifier ce dispositif de régulateur de vitesse car en régime permanent ω = ω_{limite} indépendamment de $\omega_0 < \omega_{limite}$ ou $\omega_0 > \omega_{limite}$. • ω_{limite} peut être ajusté par Γ_m et B. • La roue de Barlow a un rôle générateur car il y a conversion d'énergie mécanique en énergie électrique. • En régime stationnaire ($\frac{d\omega}{dt}=0$), le dispositif génère un courant continu $i_{permanent}=\frac{\Gamma_m}{\alpha}$ (d'après équation (2)).	0,25 (Bonus : 0,25) 0,25 (Bonus : 0,25)
2.1.g	**Bilan des puissances électriques en régime permanent :** Equation (2) x ω et $\frac{d\omega}{dt}=0$: $\Gamma_m.\omega=\alpha.i.\omega=\alpha.\omega.i=e.i$ Equation (1) x i: e. i= R. i^2. La conversion électromécanique est mise en évidence par le fait que la puissance mécanique est convertie en puissance électrique, elle-même convertie en puissance dissipée par effet Joule.	0,25 0,25 (Bonus : 0,5)
2.2.a	**Schéma électrique équivalent** 	0,25
2.2.b	**Nouvelles équations électrique et mécanique :** Equation électrique : $E=-e+R.i \Rightarrow i=\frac{E+e}{R}=\frac{E+\alpha.\omega}{R}$ (1') Equation mécanique : $J.\frac{d\omega}{dt}=-\alpha.i-\lambda.\omega$ (2')	0,5 0,5
2.2.c	**Expression de la vitesse angulaire de la roue en régime permanent :** $\frac{d\omega}{dt}=0$ ⇒ d'après (2') : $-\alpha\, i-\lambda.\omega=0$ En remplaçant i par son expression - cf (1'), on obtient: $\omega=\frac{-\alpha.E}{\alpha^2+R.\lambda}$	0,5
2.2.d	La roue a ici un fonctionnement moteur car il y a conversion d'énergie électrique en énergie mécanique (le maintien de la rotation de la roue est assuré ici par une source de tension). ω est proportionnel à E, de plus elle tourne en sens inverse du cas précédent.	0,25 (Bonus : 0,25)