Physique : Interrogation n°1

Exercice 1 : 9,5 points (+ 1,25 point bonus)

Questions	Réponse	Barème
1	• Schéma de la spire • Sens de B exact sur le schéma (à l'intérieur et à l'extérieur) • **Justification** : Autour d'un fil orienté dans le sens du courant, le champ magnétique tourne dans le sens direct. Par conséquent, à l'intérieur de la spire, les quatre fils se combinent pour donner une orientation suivant $+\overrightarrow{e_z}$. A l'extérieur, le champ est dominé par le fil le plus proche qui donne alors une orientation suivant $-\overrightarrow{e_z}$ (ou autre justification pertinente).	1.5 (Bonus : 0.25)
2	• Choix de la base • Si théorème d'Ampère : - Symétries et invariances (qui donnent : $\vec{B} = B(r)\overrightarrow{e_\theta}$)………………………….... - Choix explicite d'un contour et de son orientation……………………………. - Circulation de B sur le contour (avec le bon signe **justifié**)…………………… - Courant enlacé (avec le bon signe **justifié**)…………………………………… - Enoncé du Théorème d'Ampère (avec mention de la somme algébrique des courants enlacés, sinon enlever 0,25)…………………………………………… • Si une autre méthode est utilisée, adapter le barème. Finalement, on a : $\vec{B} = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}\overrightarrow{e_\theta}$	0.25 1.25 0.5 0.25 (sinon 0) 0.25 (sinon 0) 0.5 0.25
3	M est à la distance a du bord gauche, $a/2 + y$ du bord inférieur et $a/2 - y$ du bord supérieur et tous les champs sont suivants $+\overrightarrow{e_z}$. D'où : $\vec{B}(M) = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi}\left[\dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{\frac{a}{2} - y} + \dfrac{1}{\frac{a}{2} + y}\right]\overrightarrow{e_z}$	1
4	$\overrightarrow{dF_L} = I\,\overrightarrow{dl} \wedge \vec{B}$ avec $\overrightarrow{dl} = dy\overrightarrow{e_y}$ D'où : $k = \dfrac{\mu_0 I^2}{2\pi}$, $b = a$, $c = \dfrac{a}{2}$ et $\vec{u} = \overrightarrow{e_x}$ Dans Biot et Savart, les vecteurs courant et direction sont alignés donc leur produit vectoriel est nul : le champ magnétique créé par le reste du bord droit sur le petit élément dl est nul (et donc la force de Laplace aussi).	1.5 0.5
5	• La force est dirigée vers l'extérieur : les contraintes tendent à dilater et ouvrir la spire. • La force diverge sur les extrémités : les jointures sont soumises à de très gros efforts. • Bonus : sur une spire réelle, les fils ont un diamètre non nul : la force ne tend plus vers l'infini mais reste maximale au voisinage des jointures.	1 (0.5)
6	• Le fait de prendre des fils infinis conduit à surestimer le champ magnétique ressenti par le fil droit (d'au moins un facteur 2) car les fils sont de longueur finie. • Un calcul plus exact nécessiterait de prendre en compte le fait que les fils sont de longueur finie et de repartir de l'expression du champ B créé par un fil de longueur finie mais le calcul est long et fastidieux….. • Une autre approche envisageable serait de considérer que les deux fils perpendiculaires au fil droit sont semi-infinis. Cela permet de réduire l'erreur sur le calcul de B. • Bonus : selon la méthode de calcul de B, le poids relatif des trois fils est différent et change en fonction du point considéré. Mais, le comportement qualitatif (en particulier les divergences) est le même car il est dominé par les termes en $1/r$ (voir l'annexe à ce sujet montrant les résultats obtenus en prenant différentes hypothèses)	1 (0.5)

Exercice 2 : 11 points

Questions	Réponse	Barème
I.1	• $i(0^-)= 0$ et par continuité du courant dans la bobine , $i(0^+) = 0$ • $u_C(0^-)=0$ car le condensateur est initialement déchargé et par continuité de la tension aux bornes du condensateur $u_C(0^+) = 0$ • $u_L(0^-)=0$ car le circuit n'est connecté sur aucune source de tension • La loi des mailles s'applique sur les grandeurs instantanées, dès la fermeture de l'interrupteur K (donc aussi pour $t=0^+$), soit : $e(0^+) = u_L(0^+) + u_C(0^+) + u_R(0^+) = u_L(0^+) + 0 + Ri(0^+) = u_L(0^+) = E$	1
I.2	Lorsque le régime permanent est atteint, le condensateur qui s'est chargé, se comporte comme un circuit ouvert. Donc, i = 0.	0.5
I.3	On écrit la loi des mailles : $e(t) = E = u_L(t) + u_C(t) + u_R(t) = L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int_0^t i\,dt + Ri$ $0 = \frac{d^2i}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{di}{dt} + \frac{1}{LC}i = \frac{d^2i}{dt^2} + 2\delta\frac{di}{dt} + \omega_0^2 i$	0.5
I.4	$\delta=2000 s^{-1}$ et $\omega_0=21320 rads^{-1}$ (**unités présentes, sinon 0**)	0.5
I.5	$\Delta' = \delta^2 - \omega_0^2$ =-450545454<0. On a un <u>régime transitoire oscillant amorti</u>. Donc, c'est la solution 1 qui convient. **(mettre 0 si résultat juste mais mal justifié)**	0.5
I.6	$i(0+) = 0 = K\cos(\varphi)$ (1) $u_L(0^+) = L\frac{di}{dt}(0^+) = -KL\delta\cos(\varphi) - KL\sqrt{(\omega_0^2-\delta^2)}\sin(\varphi) = E$ (2)	0.5
I.7	**Tracé 1** : la tension vaut 12 V à $t = 0^+$ et 0 en régime permanent : il s'agit donc de la tension aux bornes de la bobine ($u_L(t)$). **Tracé 2** : la tension vaut 0 à $t = 0^+$ et 12 V en régime permanent : il s'agit donc de la tension aux bornes du condensateur ($u_C(t)$).	1
II.1	$\underline{u_R} = R\frac{\underline{e}}{R+\frac{1}{jC\omega}+jL\omega} = \frac{\underline{e}}{1+j\left(\frac{L\omega}{R}-\frac{1}{RC\omega}\right)}$ Amplitude de u_R : $U_R = \lvert\underline{u_r}\rvert = \frac{E_0}{\sqrt{1+\left(\frac{L\omega}{R}-\frac{1}{RC\omega}\right)^2}}$ Avance de phase de u_R : $\arg\left(\underline{u_R}\right) = 0 - \arctan\left(\frac{L\omega}{R}-\frac{1}{RC\omega}\right)$ Donc : $u_R(t) = \frac{E_0}{\sqrt{1+\left(\frac{L\omega}{R}-\frac{1}{RC\omega}\right)^2}}\cos\left(\omega t - \arctan\left(\frac{L\omega}{R}-\frac{1}{RC\omega}\right)\right)$ $g_{dB} = 20\log\left(\frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{L\omega}{R}-\frac{1}{RC\omega}\right)^2}}\right)$	2 0.5
II.2	Ce gain est maximum quand $\left(\frac{L\omega}{R}-\frac{1}{RC\omega}\right) = 0$ Soit $LC\omega_m^2 = 1$, c'est-à-dire : $\omega_m = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ et $f_m = \frac{\omega_m}{2\pi}$ $\omega_m = 21320\ rad.s^{-1}$ et $f_m = 3393\ Hz$ **(unités présentes, sinon 0)** Ce résultat est prévisible : le gain est maximal quand la pulsation de la source correspond à la pulsation propre du circuit.	0.75 0.5 0.25
II.3	Ce circuit est un filtre passe-bande	0.5
II.4	3000 Hz < f_m < 4000 Hz sur la figure 3 (cohérent avec le calcul)	0.5
II.5	En utilisant les résultats de la question I.5 et II.1, on a : $u(t) = KRe^{-\delta t}\cos\left(\sqrt{(\omega_0^2-\delta^2)}t+\varphi\right) + \frac{E_0}{\sqrt{1+\left(\frac{L\omega}{R}-\frac{1}{RC\omega}\right)^2}}\cos\left(\omega t - \arctan\left(\frac{L\omega}{R}-\frac{1}{RC\omega}\right)\right)$	0.5
III	<u>On s'attend à un signal sinusoïdal de pulsation</u> $\frac{1}{\sqrt{LC}}$, les deux autres termes ayant été <u>atténués par le filtre</u> d'au moins 30 dB.	1

ANNEXE (exercice I)

Tracé du champ magnétique subi par le fil droit (comparaison de trois modèles)

Spire de côté a = 6 m parcourue par un courant I = 1A.